MODELOS HIDRÁULICOS

1. MODELOS DEL PROTOTIPO

- **Modelo Físico:** Réplica o reproducción del prototipo a escala reducida en laboratorio

- **Prototipo:** Estructura real a construir

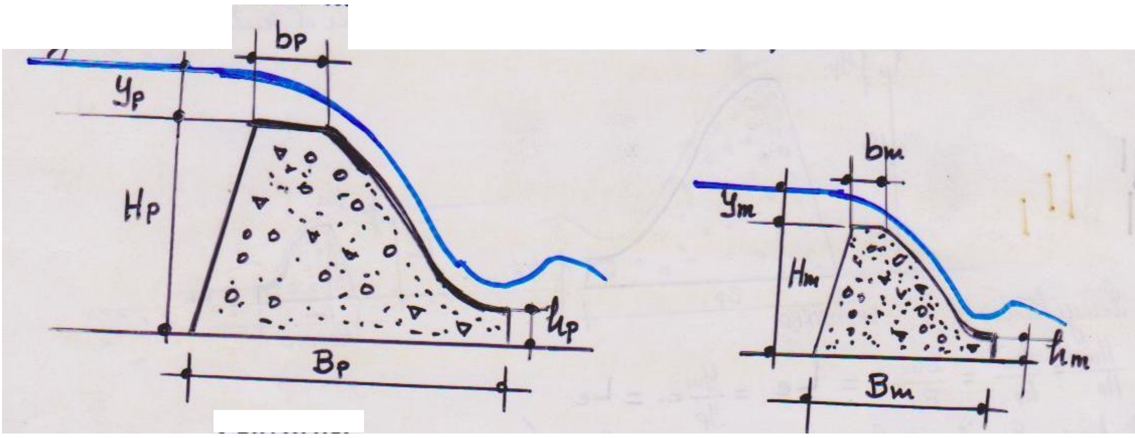
El modelo y prototipo deben cumplir necesariamente consideraciones de semejanza y similitud.

2. TEORÍA DE SIMILITUD

Aún la similitud nunca es perfecta, debido a que es imposible satisfacer todas las condiciones requeridas en los dos sistemas (modelo y prototipo), las leyes de similitud son:

2.1. Similitud Geométrica

Cuando la relación entre las dimensiones homólogas son equivalentes. En el sentido más riguroso, incluye aquí el tamaño de rugosidades.



PROTOTIPO *MODELO*

Escala de longitudes:

$$L_e = \frac{H_m}{H_P} = \frac{h_m}{h_P} = \frac{B_m}{B_P} = \frac{b_m}{b_P} = ... = ...$$

Escala de áreas:

$$A_e = \frac{L^2{}_m}{L^2{}_P} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = L^2{}_e$$

Escala de volúmenes:

$$\forall_e = \frac{L^2{}_m L_m}{L^2{}_P L_P} = \left(\frac{L_m}{L_P}\right)^3 = L_e^3$$

Cuando ello se cumple, esto es que la escala es la misma para distancias horizontales y verticales, incluyendo para el tamaño de rugosidades, se dice que la escala es sin **distorsión**.

En algunas, sólo es posible corregir similitud geométrica en planos horizontales, quedando la escala de distancias verticales distorsionada con otra escala distinta. En tal caso se tiene:

Escala vertical:

$$L_{ev} = \frac{y_m}{y_P} = \frac{h_m}{h_P} = \frac{H_m}{H_P} = ...$$

Escala horizontal:

$$L_{eh} = \frac{B_m}{B_P} = \frac{b_m}{b_P} = ...$$

En este último caso se dice que hay distorsión de escala.

2.2. Similitud Cinemática y Dinámica

Cuando existe similitud geométrica en el patrón de flujo, esto es, similitud en la configuración de líneas de corriente. Esto implica que la relación entre propiedades homólogas y condiciones dinámicas homólogas en punto son equivalentes.

- **Velocidades:**

$$V_e = \frac{V_m}{V_P} = \frac{L_m T_m^{-1}}{T_P^{-1}} = L_e T_e^{-1}$$

- **Escala de tiempos:**

$$T_e = \frac{L_e}{V_e}$$

- **Escala de caudales:**

$$Q_e = \frac{Q_m}{Q_P} = \frac{L_m^3 T_m^{-1}}{L_P^3 T_P^{-1}} = L_e^3 T_e^{-1}$$

- **Escala de aceleraciones:**

$$a_e = \frac{a_m}{a_P} = \frac{L_m T_m^{-2}}{L_P T_P^{-1}} = L_e T_e^{-1}$$

- **Escala de densidades:**

$$\rho_e = \frac{M_m L_m^{-3}}{P_P L_P^{-3}} = M_e L_e^{-3} = \frac{\delta_e}{g_e}$$

- **Escala de viscosidades:**

$$\upsilon_e = \frac{\mu_e}{\rho_e}$$

- **Escala de fuerzas:**

$$F_e = \frac{F_m}{F_P} = \frac{M_m a_m}{M_P a_p} = \frac{\rho_m L_m^3 L_m T_m^{-3}}{\rho_P L_P^3 L_P T_P^{-2}} = \rho_e L_e^4 T_e^{-2}$$

3. PARÁMETRO ADIMENSIONAL DE TRANSFERENCIA

Permiten transferir información de un sistema a otro aprovechando la ley de que los parámetros adimensionales son equivalentes en ambos sistemas. Lavase para agrupar variables en parámetros adimensionales es el teorema PI de Buckingham.

3.1. Teorema PI de Buckingham

"En un fenómeno físico en el que intervienen n variables que involucran en conjunto "d" dimensiones fundamentales independientes, pueden agruparse en n-d parámetros adimensionales".

Si todas las variables v_i son importantes en el fenómeno, entonces:

$$f(v_1, v_2, v_3, ..., v_n) = 0$$

Si todas las variables están contenidas en los Π_i parámetros adimensionales, entonces:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, ..., \Pi_{n-d}) = 0$$

Procedimiento para la obtención de Π_i

1. Seleccionar de las n variables un número d con la condición:

   - Tengan diferentes dimensiones

- Que en conjunto contengan las “d” dimensiones (no necesariamente en cada una).

2. Usar el grupo de variables seleccionadas en el paso anterior como variables respectivas, asociadas a cada una de las variables que quedan.

3. Remplazar cada variable por sus dimensiones y determinar los exponentes, de tan manera que cada Π_i sea adimensional.

Suponiendo que en el grupo de variables existe 3 dimensiones fundamentales (d=3): M-L-T, entonces:

$$\Pi_1 = v_1^{x_1}\ v_2^{y_1}\ v_3^{z_1}\ v_4$$
$$\Pi_2 = v_1^{x_2}\ v_2^{y_2}\ v_3^{z_2}\ v_5$$
$$\Pi_3 = v_1^{x_3}\ v_2^{y_3}\ v_3^{z_3}\ v_6$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\Pi_{n-d} = v_1^{x_{n-d}}\ v_2^{y_{n-d}}\ v_3^{z_{n-d}}\ v_n$$

En general, Π se identifica en cada fenómeno en particular, dependiendo de la importancia que tengan las variables que agrupa en dicho fenómeno:

1. ***NÚMERO DE REYNOLDS***

$$R = \frac{F_I}{F_\tau} = \frac{M\ a}{\mu T^{-1} L^2} = \frac{\rho L^3 L T^{-2}}{\mu T^{-1} L^2} = \frac{\rho L\left(L T^{-1}\right)}{\mu} = \frac{\rho L V}{\mu} = \frac{VL}{\vartheta}$$

Para fenómenos sujetos a efectos altamente viscosos.

2. ***NÚMERO DE FROUDE***

$$F_r^{\,2} = \frac{F_I}{W} = \frac{M\ a}{M\ g} = \frac{L T^{-2}}{g} = \frac{\left(L T^{-1}\right)^2}{gL} = \frac{V^2}{gL}$$

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

Para fenómenos cuyo flujo es por peso propio, por gravedad a superficie libre.

3. *NÚMERO DE EULER*

$$E_u = \frac{F_I}{F_P} = \frac{M\,a}{\Delta P} = \frac{\rho L^3 T^{-2}}{\Delta P L^2} = \frac{\rho\left(LT^{-1}\right)^2 L}{\Delta P} = \frac{\rho V^2}{\Delta P} = \frac{\rho V^2}{\rho\, g\, h}$$

$$E_u = \frac{V^2}{g\,h}$$

Para fenómenos que ocurren por gravedad de presiones.

4. *NÚMERO DE WEBER*

$$W_e = \frac{F_I}{F_\sigma} = \frac{M\,a}{\sigma\,L} = \frac{\rho L^3 T^{-2}}{\sigma\,L} = \frac{\rho\left(LT^{-1}\right)^2 L}{\sigma} = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

$$W_e = \frac{\rho L V^2}{\sigma}$$

Para fenómenos de movimientos en que las fuerzas de tensión superficial son las más importantes (ascenso por capilaridad).

5. *NÚMERO DE MACH*

$$M_a^2 = \frac{F_I}{F_E} = \frac{M\,a}{\mathrm{E_v} L^2} = \frac{\rho L^3 L T^{-2}}{E_v L^2} = \frac{\rho\left(LT^{-1}\right)^2}{E_v} = \frac{\rho V^2}{E_v}$$

$$M_a = \frac{V}{\sqrt{E_v/\rho}}$$

Para fenómenos de programación de onda

PLANEAMIENTO Y CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

1. **Selección de la escala o tamaño de modelo.**

   Depende:

   - Espacio disponible
   - Capacidad de instalaciones de laboratorio
   - Costo del modelo
   - Efectos de escala, etc.

2. **Operación del modelo**

   Depende de la implementación – instrumentos que miden:

- Gastos
- Velocidades
- Presiones
- Tiempo, etc.

3. Construcción del modelo

- Materiales
- Mano de obra
- Planos.